Modélisation et ordonnancement d’une chaîne logistique multi-sites multi-produits

Cas d’une industrie laitière

 Achraf Touil#1, Abdelwahed Echchtabi#1, Abdelkabir Charkaoui#1

#1 University Hassan 1st *- FST Settat, Maroc*
*Laboratoire d’Ingénierie, de Management Industriel et d’Innovation (LIMII)*achrafchen@gmail.com, echchatbi@gmail.com, charkaoui.a@gmail.com

**Résumé**—**En raison de l'augmentation de la diversité des demandes de la demande, les environnements de fabrication actuels ont été décalés d’une chaîne logistique traditionnelle avec un seul site et un marché vers des chaînes plus flexible couvrant plusieurs sites pour servir plusieurs marchés. Dans cet article, le problème d'ordonnancement de la production et la planification de la distribution pour les usines laitières multi produits est considéré. Un modèle basé sur la programmation linéaire en variable mixte pour formuler ce problème est présenté. La complexité du problème réside dans la multitude des paramètres qui constituant la fonction objectif. En effet, le composant prix est affecté aussi bien par les coûts relatifs à la production, stockage et transport que par les dates limites de consommation et les quantités de retour des produits. Plusieurs contraintes propres à l’industrie laitière sont prises en considération. Le modèle proposé tante d’approcher la chaine logistique d’une société leader de la fabrication des produits laitiers au Maroc.**

Mots clés—Plannification de la production et la distribution; Modèle de programmmation lineaire en variable mixte (MILP); Industrie laitière

# Introduction

L'industrie agroalimentaire au Maroc se développe au fil des années, principalement l'industrie laitière qui représente une activité importante qui contribue au développement de l’économie du pays par un PIB agricole de 30 % et un taux de couverture d’environ 90 % de la demande nationale de lait et des produits laitiers. Toutefois, le secteur se caractérise par plusieurs défis à savoir la haute concurrence des marchés, la demande qui reste encore inférieure aux besoins recommandés par les standards nutritionnels, les caractéristiques spécifiques de la matière première (périssabilité), et la variabilité des gammes de produits. En raison de ces facteurs les entreprises ont constamment recherché des solutions innovantes pour transformer ces défis en un avantage compétitif. D’une part, par l’intégration de tous les acteurs de la chaîne logistique et par conséquent, la structure de la chaine logistique est changée d’une chaine traditionnelle (mono-site) avec une coordination générale vers une chaîne plus flexible avec une coordination multi-sites. La figure 1 montre les deux types de coordination générale et de la coordination multi-sites. D’autre part l’ordonnancement de la production et la planification de la distribution qui sont généralement des tâches difficiles [1] qui devrait être axée sur des nouvelles méthodes visant l’optimisation des processus et des ressources non au niveau d’un site mais au niveau de toute la chaîne.

Cet article propose un modèle de programmation en variable mixte (Mixed Integer linear programming – appelé dans ce qui suit MILP) pour l’optimisation du problème de production-distribution de lait, et traite le cas d’une société marocaine leader dans le secteur. La problématique étudiée aborde, d’une part l’ordonnancement de la production multi-produit (deux produits : lait pasteurisé & UHT) dans des lignes d’emballage de plusieurs sites de production, et d’autre part la distribution des produits finis aux différents centres de distribution (CDs) géographiquement dispersés. Le modèle tiens compte de l’ensemble des contraintes discutées dans la littérature (les temps et les coûts de préparation, les coûts de production, les coûts de stockage des produits finis et les coûts de transport). Dans un premier temps, le modèle proposé néglige les processus d'approvisionnement pour le lait cru, en supposant que la quantité de lait cru entrant est relativement fixe sur une certaine période de temps en raison des contrats à long terme avec les agriculteurs.

L’article est structuré comme suit. Une revue de littérature est présentée dans la section II. La section III décrit le processus de fabrication du lait. La section IV introduit la formulation mathématique en variable mixte du problème. Enfin, la conclusion, la discussion et les perspectives sont traités dans la section V.

Xème Conférence Internationale : Conception et Production Intégrées, CPI 2015, 2-4 Décembre 2015, Tanger - Maroc.

Xth International Conference on Integrated Design and Production, CPI 2015, December 2-4, 2015, Tangier - Morocco.

Identify applicable sponsor/s here. If no sponsors, delete this text box (sponsors).



Figure 1: Structure de la chaine logistique: Mono-site vs. Multi-sites

# Revue de littérature

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Caractéristiques du problème | [1] | [2] | [3] | [4] | [5] | [6] | [7] | [8] | [9] | [10] |
| Horizon de planification | Opérationnel | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Tactique |  |  |  |  |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Les processus de la chaîne logistique | Production | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Stockage |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Distribution |  |  |  |  |  | $$×$$ | $$×$$ |  | $$×$$ | $$×$$ |
| Type de produit | Brassé | $$×$$ |  |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |  |  | $$×$$ | $$×$$ |
| Fermenté |  |  |  |  | $$×$$ | $$×$$ |  |  |  |  |
| Étapes de production | Fermentation | $$×$$ |  |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |  |  |  | $$×$$ |
| Conditionnement | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Incubation |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Périssabilité | Contrainte | $$×$$ |  |  |  |  |  |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |
| Objectif | $$×$$ |  |  |  |  |  | $$×$$ |  | $$×$$ | $$×$$ |
| Temps de préparation | ds | $$×$$ |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |  | $$×$$ | $$×$$ |
| ids |  |  |  |  |  |  |  |  | $$×$$ |  |
| Méthodes de résolutions | MILP |  | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ | $$×$$ |  |  | $$×$$ |
| MINP |  |  |  |  |  |  | $$×$$ |  |  |  |
| CP |  |  |  |  |  |  |  |  |  | $$×$$ |
| SM |  |  |  |  |  |  |  |  | $$×$$ |  |
| SP |  |  |  |  |  |  |  | $$×$$ |  |  |

Dans la littérature, plusieurs techniques de résolution des problèmes d’ordonnancement de production et de la planification de la distribution sont disponibles. Cependant, malgré l’importance de la production de lait dans l’industrie laitière, les sujets abordés concernant ce sujet est très rare. Néanmoins, plusieurs recherches ont été abordées principalement dans la production de yaourt.

Ces problèmes peuvent être classifiés selon l’horizon de planification, les étapes de production considérées, les contraintes prises en compte  ainsi que les outils d’optimisation utilisés dans ce domaine à savoir les méthodes de recherche opérationnelle. On trouve ainsi des travaux qui se sont basés sur les modèles stochastiques et les méthodes de satisfaction des contraintes.

 Le tableau suivant montre une brève description sur les travaux d’ordonnancement de la production et la planification de la distribution de yaourt.

Tableau 1 : Revue de la littérature des problèmes d’ordonnancement et de planification des chaînes logistiques multi-sites multi-produits

 $×:$ Défini autrement non défini. ds : dépend de la séquence ; ids : indépendant de la séquence ; MILP : programmation linéaire en variable mixte ; MINP : programmation non-linéaire en variable mixte ; CP : Satisfaction des contraintes ; SM : Simulation ; SP : Programmation stochastique.

D’après le tableau 1, force est de constater que l’ensemble des travaux aborde la planification sous un angle opérationnel et n’envisage pas de solution qui couvrent le long terme. Ainsi que les méthodes de modélisation et de résolution les plus utilisées sont les MILP tout en ne cherchant pas forcement à satisfaire toute les contraintes.

Notre article, s’inscrit dans la continuité et non dans la rupture, tente d’intégrer plus de contraintes (de production et de distribution).

# DESCRIPTION DU PROCESSUS DE PRODUCTION DE LAIT

La filière lait au Maroc élabore une gamme diversifiée de produits destinés à la consommation directe - Lait frais (dit pasteurisé), UHT, concentré, fermenté, en poudre - ou à l’alimentation des autres filières. Dans le présent travail, nous nous focalisons sur le lait pasteurisé et l’UHT. Ces deux types de produit sont soumis à une étape d’homogénéisation, pasteurisation et enfin l’emballage.

La différence entre ces deux types réside d’abord dans le pourcentage de la crème dans chaque produit ainsi que dans le processus de pasteurisation : Le lait frais est pasteurisé à une température de $75℃$ pendant 15s ou $65℃$ pendant 30min. Par contre l’UHT est pasteurisé à une température de $145℃$ pendant 2 à 3s.

Il en résulte une durée limite de conservation limitée à cinq jours après production pour le lait frais. Cependant l’UHT peut être conservé à une durée maximale de six mois. À noter que ces durées dépendent des conditions de stockage.

La figure 2 montre les principales étapes de production de lait :

### Collecte du lait cru :

Plusieurs dispositions, liées à l’investissement et à l’accompagnement des éleveurs, sont prises par les industriels du lait pour assurer la continuité de l’approvisionnement de leurs lignes. Les circuits de collecte sont ainsi diversifiés. La traite journalière des vaches délivre des quantités de lait qui sont collectées, réfrigérées, puis analysées, pour être ensuite acheminés vers des sites de production. Le transport est assuré par camion-citerne isotherme afin de préserver toutes les qualités du produit.

### L’écrémage :

Afin d’assurer une régularité du produit en termes de matière grasse, la crème est séparée du lait cru (Skimmed Milk) à l’aide d’une écrémeuse. La crème est ensuite rajoutée au lait dans le tank mélangeur avec des pourcentages contrôlés. Le but de la manœuvre est de pouvoir ensuite produire plusieurs types de lait. Comme :

* **Le lait entier** : contient 3,5% de matière grasse par litre.
* **Le lait demi-écrémé** : contient 1,5 à 1,8% de matière grasse par litre.
* **Le lait écrémé**, sans matière grasse.

### La pasteurisation :

Cette étape permet d’éliminer les micro-organismes indésirables. Elle s’effectue grâce au contact de plaques chaudes. Le lait est ainsi chauffé à 75°C pendant 15 secondes ou $65℃$ pendant 30min

### Traitement UHT:

Pour la production de l’UHT, le lait est chauffé grâce à de la vapeur d’eau et atteint une température de 145°C durant deux secondes. Tous les micro-organismes sont ainsi détruits. On parle d’Ultra Haute Température.

### L’emballage :

Le lait est prêt à être emballé dans des briques ou des bouteilles le laissant à l’abri de l’air et de la lumière, afin de le conserver au mieux. Ensuite il est stocké et acheminé vers les épiceries et supermarchés.



Figure 2: Processus de production de lait

(a): réception de lait cru ;(b) : Dépotage ;(c) : Séparation ;(d) : Homogénéisation ;(e) : Pasteurisation et Upérisation (Traitement UHT) ;(f) : Réfrigérer ;(g) : Conditionnement en bouteille ou en brique

# MODELE Mathematique

### Description du problème :

Le présent travail est motivé par le problème de production-distribution rencontré dans une entreprise leader qui produit une large gamme de produits laitiers (Lait-Yaourt-Fromage- Beurre) au Maroc, et qui possède plusieurs sites de productions géographiquement dispersés. Chaque site à une capacité limité de production qui dépend essentiellement des lignes installées et de la vitesse de chaque ligne. L’utilisation d’une ligne de production engendre des coûts de production qui doivent être intégrés dans le modèle. En raison d’hygiène et de sécurité, le temps de préparation (*setup time*), la stérilisation et le nettoyage dépendent souvent de la séquence des lots sur une ligne spécifique. Par exemple, si un goût fort est mis en place avant un goût faible, le nettoyage doit être intense. Dans le cas contraire, les efforts de nettoyage peuvent être faibles ou être négligés du tout. En générale la procédure d’optimisation doit prendre en considération les temps et les coûts de préparations. Les produits finis sont périssables, ne sont pas simplement stockés dans un entrepôt, sont conservés au réfrigérateur sous température contrôlée. Cela se traduit par un coût de stockage significatif à intégrer dans le modèle. La livraison est assurée par des véhicules homogènes avec une capacité limitée vers les CDs en respectant la durée limite de conservation des produits. Pour les autres gammes de produits qui ne sont pas fabriqués dans le site correspond, sont fournis par les autres sites ou par les autres CDs, afin que chaque CD soit capable de fournir toute la gamme des produits. Dans le présent modèle le temps de transport (*transport lead time*) des produits finis entre sites-centres et centres-clients, ainsi que les coûts de transports sont pris en considération. Pour le cas des détaillants (grands clients) les produits finis sont livrés directement par les sites de productions.

Le problème consiste à affecter les produits aux lignes de production, déterminer les quantités à produire, ainsi que les quantités à transporter aux CDs, de sorte que la demande de la clientèle soit satisfaite. Le modèle tient compte aussi des contraintes de capacité de production, les capacités de stockages des produits finis dans les sites et les CDs. L'objectif est de satisfaire la demande des clients avec un coût total minimum, y compris la production, le stockage et les coûts de distribution sur un horizon de planification déterminé.

Les considérations suivantes définissent et délimitent le problème :

* Chaque site comprend plusieurs lignes de production identiques. Chaque ligne produit une gamme de produits donnée. Les affectations multiples des produits vers les lignes de production sont autorisées.
* La vitesse de production de chaque produit dans les lignes est considérée. Elle constitue un facteur important pour la planification de la production.
* Chaque site de production à une capacité de stockage limité pour les produits finis.
* Plusieurs CDs sont composés de deux unités. Une a pour rôle de distribuer les différents produits aux consommateurs finaux. L’autre assure la partie financière (règlement des factures, etc..).
* Plusieurs types de consommateurs (les grands détaillants (les supermarchés)-les petits consommateurs (les épiciers))
* Le niveau de stock des produits dans les CDs est mis à jour d’une manière quotidienne en fonction de la sortie de la production des différentes lignes dans les usines, les quantités de transport entrant et sortant.
* Les coûts de stockage des produits dans les CDs sont pris en considération dans le modèle.

Les variables de décision clés du problème sont:

* la quantité produite pour chaque produit, sur chaque site, sur chaque ligne, et dans chaque période.
* l'affectation optimale des produits à chaque ligne de production, et dans chaque période.
* la quantité optimale de chaque produit transporté à partir de chaque site vers chaque CDs à chaque période.
* le séquençage des produits sur chaque ligne de production dans chaque site pour chaque période.
* Le niveau des stocks de chaque produit à chaque site et à chaque centre à la fin de période.

### Formulation Mathématique :

### Les indices/ensembles :

$s\in S$*:* Sites de production (sites).

$l\in L$*:* Lignes de production parallèles (lignes).

$d\in DC$*:* Centres de distributions (DCs).

$r\in R$*:* Détaillants.

$i,j,k\in P$*:* Produits finis

$t\in T$*:* Horizon de planification

### Les sous-ensembles :

$L\_{i}$*:* Lignes qui peuvent produire le produit i

$L\_{s}$ *:* Lignes installées dans le site s

$D\_{s}$*:* Les CDs qui peuvent être alimenté par le site k

$D\_{r}$*:* Les CDs qui peuvent alimenter le détaillant r

$R\_{d}$*:* Détaillants qui peuvent être alimenté par le centre d

### Les paramètres :

$D\_{i,r,t}:$Demande prévu de produit i pour le détaillant r pour la période t

$Lot\_{i}^{Min}:$Taille minimum de lot de production de produit i

$Lot\_{i}^{Max}:$Taille maximum de lot de production de produit i

$ζ\_{ s,l}^{max}: $Capacité maximum disponible de la ligne l dans le site k

$ρ\_{i,l}:$Taux de traitement de produit i à la ligne l

$γ\_{i,j,s,l,t}:$Temps de préparation entre le produit i et le produit j dans la ligne l du site pour la période t

$θ\_{i,j,s,l,t}:$ Coût associe au temps de préparation entre le produit i et le produit j dans la ligne l du site s pour la période t

$CPP\_{s,l,i}:$ Coût de production de produit i dans la ligne l dans le site s

$SCKP\_{s,i}:$Maximum de capacité de stockage du site s pour le produit i

$SSS\_{s,i}:$Niveau de stock de sécurité associe au produit i dans le site s

$HCKP\_{s,i,t}:$ Coût de stockage associe au produit i dans le site s pour la période t

$CTP\_{s,d,i}: $ Coût de transport de produit i entre le site s et le centre d

$LTTP\_{s,d}:$Temps de transport entre le site k et le centre d

$SCD\_{d,i}:$Maximum de capacité de stockage du center d pour le produit i

$SSD\_{d,i}:$Niveau de stock de sécurité associe au produit i dans le center d

$HCDP\_{d,i,t}:$ Coût de stockage associe au produit p dans le center d pour la période t

$CTP\_{d,r,i}: $ Coût de transport de produit p entre le center d et le détaillant r

$LTT\_{d,r}:$Temps de transport entre le centre d et le détaillant r

M : Nombre positif large.

### Les variables de décisions :

$C\_{i,s,l,t}:$Temps achèvement de produit i dans la ligne l de site k pour la période t

$T\_{i,s,l,t}:$Temps de traitement de produit i dans la ligne l de site k pour la période t

$Q\_{i,s,l,t}:$Quantité de produit i produite par la ligne l de site k pour la période t

$I\_{s,i,t}:$Quantité de stock de produit i dans le site k à la fin de la période t

$U\_{s,d,i,t}:$Quantité de produit i dispatché au centre d par le site k pour la période t

$ID\_{d,i,t}:$Quantité de stock de produit i dans le centre d à la fin de la période t

$QTR\_{d,r,i,t}:$Quantité de produit i dispatché au détaillant r par le centre d pour la période t

### Variables binaires :

$Z\_{s,l,t}$=1:Si la ligne l de site k est utilisé pour la période t

 =0:Autrement

$Y\_{i,s,l,t}$=1:Si le produit i est affecté à la ligne l de site $s$ pour la période t

 =0:Autrement

$W\_{i,j,s,l,t}$=1:Si le produit i est procédé avant le produit j lorsque les deux sont afféctés à la même ligne l de site pour la période t

 =0: Autrement

### Les contraintes :

C1 : La quantité totale de produit p produite dans les usines de production dans la période$ t-ϑ\_{c}$, qui est prêt à être expédier aux CDs (ou clients) est donnée par:

$$Qt=\sum\_{l\in L\_{s}⋂L\_{i}}^{}Q\_{i,s,l,t-ϑ\_{c}}$$

Où $ϑ\_{c}$ désigne le temps de stockage (par exemple, pour le refroidissement).$ Q\_{i,s,l,t}$ Correspond à la quantité de produits p traités dans la ligne l du site de production s pendant la période t.

C2 : Les contraintes (C2.a) et (C2.b) garantissent les contraintes de capacité de stockage du produit i dans les sites de production et les CDs.

$$\sum\_{l\in L\_{s}⋂L\_{i}}^{}Q\_{i,s,l,t-ϑ\_{c}}\leq SCKP\_{s,i} (C2.a) $$

$$∀ i, s\in S\_{d}, d\in D\_{s},t$$

$$\sum\_{l\in L\_{s}⋂L\_{i}}^{}U\_{s,d,i,t}\leq SCD\_{d,i} (C2.b) $$

$$∀ i, s\in S\_{d}, d\in D\_{s},t$$

C2 : $I\_{s,i,t}$ correspond le niveau de stock du produit i dans le site de production à la fin du période t.

$$I\_{s,i,t}=I\_{s,i,t-1}+Qt-\sum\_{d\in D\_{s}}^{}U\_{s,d,i,t-LTTM\left(s,d\right)} $$

$$∀ i, s\in S\_{d}, d\in D\_{s},t$$

C3 : Le niveau de stock du produit i dans le site s à la fin de la période doit être supérieur à un stock de sécurité.

$$I\_{s,i,t}\geq SSS\_{s,i} ∀ i, s,t$$

C4:

$$I\_{d,i,t}=I\_{d,i,t-1}+U\_{s,d,i,t-LTTM\left(s,d\right)}-\sum\_{r\in R\_{d}}^{}QTR\_{d,r,i,t-LTTM\left(d,r\right)} $$

$$∀ i, s\in S\_{d},d\in D\_{s}⋂D\_{r}, r\in R\_{d}$$

~~C4:~~$ $Le niveau de stock du produit i dans le centre d à la fin de la période et qui doit supérieur à un stock de sécurité.

$$I\_{d,i,t}\geq SSD\_{d,i} ∀ i, d,t$$

C5: Correspond la satisfaction de la demande.

$$\sum\_{i}^{}QTR\_{d,r,i,t-LTTM\left(d,r\right)}\geq D\_{i,r,t} ∀ i, d,r,t$$

C6: Assure que la ligne l de site de production s est utilisé à la période t ($Z\_{s,l,t}=1$). Si au moins un produit p est affecté au cours de cette période (par exemple,$ Y\_{i,s,l,t}=1$).

$$Z\_{s,l,t}\geq Y\_{i,s,l,t} ∀ i, s,l\in L\_{s}⋂L\_{i},t$$

C7: Nous introduisons des variables binaires $W\_{i,j,s,l,t}$ Pour définir la priorité locale entre deux produit i et j à la ligne l de l’usine de production de la période n. Les contraintes C7.a et C7.b si le produit i est affecté à la ligne l de site de production s à la période t ($Y\_{i,s,l,t}=1$) alors au plus un produit j est traitée avant et après, respectivement, comme suit:

$\sum\_{j\ne i,j\in P}^{}W\_{i,j,s,l,t}\leq Y\_{i,s,l,t} $(C7.a)

$∀ i, s,l\in L\_{s}⋂L\_{i},t$

$\sum\_{j\ne i,j\in P}^{}W\_{j,i,s,l,t}\leq Y\_{i,s,l,t} $ (C7.b)

$∀ i, s,l\in L\_{s}⋂L\_{i},t$

C8 : Évidemment, le nombre total de variables binaires de séquençage actif $W\_{i,j,s,l,t}$ plus la variable binaire d'utilisation de la ligne l $Z\_{s,l,t}$ devrait être égal au nombre total de répartition actif variables binaires $Y\_{i,s,l,t}$ dans une ligne de production l de site de production s en période t, selon:

$$\sum\_{i\in P}^{}\sum\_{j\ne i,j\in P}^{}W\_{i,j,s,l,t}+Z\_{s,l,t}=\sum\_{i\in P}^{}Y\_{i,s,l,t} $$

$$∀ i, s,l\in L\_{s}⋂L\_{i},t$$

C10: Bornes inférieures et supérieures sur la quantité de produit p sont imposées par:

$$Lot\_{i}^{Min}\*Y\_{i,s,l,t} \leq \sum\_{i}^{}Q\_{i,s,l,t}\leq Lot\_{i}^{Max}\*Y\_{i,s,l,t}$$

C11: Le temps de début de traitement de produit j qui suit directement un autre produit i sur une ligne l de traitement dans l'usine de production s en période t (c.-à-d.-$W\_{i,j,s,l,t}$=1) devrait être supérieure à la date de réalisation de produit i, $C\_{i,s,l,t}:$ ainsi que le temps de préparation nécessaire entre ces produits.

$$C\_{i,s,l,t}+γ\_{i,j,s,l,t}\leq C\_{j,s,l,t}-T\_{j,s,l,t}+M\*(1-W\_{i,j,s,l,t})$$

$$∀ i,j\ne i s,l\in L\_{s}⋂L\_{i}⋂L\_{j},t$$

$$C\_{j,s,l,t}+γ\_{i,j,s,l,t}\leq C\_{i,s,l,t}-T\_{i,s,l,t}+M\*(1-W\_{i,j,s,l,t})$$

$$∀ i,j\ne i s,l\in L\_{s}⋂L\_{i}⋂L\_{j},t$$

C12 : Garantir les contraintes de capacité. Autrement dit, le temps de traitement et le temps d'installation total de tous les produits affectés à une ligne au cours de chaque période ne devrait pas dépasser la capacité disponible de la ligne en période de correspondent.

$$\sum\_{i}^{}\frac{Q\_{i,s,l,t}}{ρ\_{i,l}}+\sum\_{i}^{}\sum\_{j}^{}γ\_{i,j,s,l,t}\*W\_{i,j,s,l,t}\leq ζ\_{ s,l}^{max}$$

Fonction objectif :

La fonction objectif qui régit le modèle cherche à minimiser un coût total composé du coût de la production et de la distribution. Les coûts de la production sont les coûts liés à la production des produits finis (les coûts d’utilisation des lignes de production, les coûts de préparation, les coûts de stockage, les coûts de transport vers les CDs). Les coûts de la distribution quant à eux sont constitués par les coûts liés à la distribution des produits finis vers les différents détaillants, les coûts de transports, les coûts de retour de produit).

$Min T\_{1}=\sum\_{s=1}^{S}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{t=1}^{T}Q\_{i,s,l,t}\*HCKP\_{s,i,t}$

$+\sum\_{s=1}^{S}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{l=1}^{L=(L\_{s}⋂L\_{i})}\sum\_{t=1}^{T}CPP\_{i,s,l}\*Q\_{i,s,l,t}$

$+\sum\_{s=1}^{S}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{j=1,i\ne j}^{P}\sum\_{l=1}^{L=(L\_{s}⋂L\_{i}⋂L\_{j})}\sum\_{t=1}^{T}θ\_{i,k,l,s,t} \*γ\_{i,j,l,s,t}$

$+\sum\_{s=1}^{S}\sum\_{d=1}^{D\_{s}}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{t=1}^{T} CTP\_{s,d,i}\*U\_{s,d,i,t}$

$+\sum\_{d=1}^{D}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{t=1}^{T}HCDP\_{d,p,t}\*ID\_{d,i,t}$

$+\sum\_{d=1}^{D}\sum\_{r=1}^{R\_{d}}\sum\_{i=1}^{P}\sum\_{t=1}^{T}CTP\_{d,r,i}\*QTR\_{d,r,i,t}$

$+\sum\_{s=1}^{S}\sum\_{l=1}^{L\_{s}}\sum\_{t=1}^{T}CUL\_{s,l,t}\*Z\_{s,l,t}$

# Conclusion

Le présent travail tente d’apporter des éléments de réponse liés à la modélisation et l’ordonnancement (production et distribution) des chaînes logistiques de type multi-sites multi-produits, l’industrie laitière comme exemple.

Le modèle est exprimé en utilisant des variables mixtes. La fonction objectif cherche à minimiser le coût total de la planification à savoir le coût de la production et de la distribution. La formulation du modèle représente les décisions d'ordonnancement et de planification et en tenant en compte plusieurs contraintes telles que le temps de préparation, qui dépend de la séquence en raison des restrictions d’hygiène et de sécurité, vitesse de traitement de chaque ligne, les quantités à produire dans chaque site ainsi que les quantités à transportés vers chaque CD.

Notre article s’inscrit dans la continuité des travaux abordés dans la littérature. A la lumière des résultats présentés dans les travaux similaires, la présente recherche s’est focalisée sur l’étude des chaînes logistiques des produits laitiers en intégrant l’ensemble des contraintes recensées.

 Dans nos futurs travaux, le présent modèle sera testé sur des données réelles de l’entreprise. L’objectif est de l’élargir par la suite pour prendre en considération l’ordonnancement de la production en plusieurs étapes (Homogénéisation-Pasteurisation).

 En outre, nous comptons expérimenter un éventuel recours aux méthodes de résolution de type métaheuristiques pour palier à une contrainte rencontrée avec l’utilisation des MILP qui est la limite du temps de calcul qui devient plus grand pour les grandes instances. Une autre piste mérite d’être étudiée : la simulation des aspects stochastiques du modèle (disponibilité des lignes de production, états des stocks et de la demande dans les CDs).

##### ***References***

1. Entrup, M. L. (2006). Advanced planning in fresh food industries: integrating shelf life into production planning, Springer Science & Business Media.
2. Marinelli, F., et al. (2007). "Capacitated lot sizing and scheduling with parallel machines and shared buffers: A case study in a packaging company." Annals of Operations Research 150(1): 177-192.
3. Doganis, P. and H. Sarimveis (2007). "Optimal scheduling in a yogurt production line based on mixed integer linear programming." Journal of Food Engineering 80(2): 445-453.
4. Kopanos, G. M., et al. (2011). "Resource-constrained production planning in semicontinuous food industries." Computers & Chemical Engineering 35(12): 2929-2944.
5. Kopanos, G. M., et al. (2012). "Efficient mathematical frameworks for detailed production scheduling in food processing industries." Computers & Chemical Engineering 42: 206-216.
6. Kopanos, G. M., et al. (2012). "Simultaneous production and logistics operations planning in semicontinuous food industries." Omega 40(5): 634-650.
7. Amorim, P., et al. (2011). "Multi-objective lot-sizing and scheduling dealing with perishability issues." Industrial & Engineering Chemistry Research 50(6): 3371-3381.
8. Amorim, P., et al. (2012). "Multi-objective integrated production and distribution planning of perishable products." International Journal of Production Economics 138(1): 89-101.
9. Bilgen, B. and Y. Çelebi (2013). "Integrated production scheduling and distribution planning in dairy supply chain by hybrid modelling." Annals of Operations Research 211(1): 55-82.
10. Sel, C., et al. (2015). "Multi-bucket optimization for integrated planning and scheduling in the perishable dairy supply chain." Computers & Chemical Engineering 77: 59-73.
11. Günther, H., et al. (2004). "Advanced planning and scheduling in the consumer goods industry: realizing block planning concepts for make-and-pack production using MILP modelling and SAP’s APO software." Gunes, & L. Muyldermans (Eds.), Operations management as a change agent 2: 757-766.
12. Méndez, C. A. and J. Cerdá (2002). "An MILP-based approach to the short-term scheduling of make-and-pack continuous production plants." OR Spectrum 24(4): 403-429.