Modélisation d'un problème de transport combiné au problème de bin-packing :

Etude de cas d'une entreprise Marocaine

Lahcen Mifdal
Laboratoire d'Innovation Durable et de Recherche Appliquée (LIDRA)
Ecole Polytechnique d'Agadir - Universiapolis
Agadir, Maroc
mifdal@e-polytechnique.ma

Zakaria Chekoubi & Ilias Majdouline
zakaria.chekoubi@e-polytechnique.ma
ilias@e-polytechnique.ma

Abstract— *Le transport des produits vers de différentes destinations avec un coût total minimal, joue un rôle important dans la logistique et la gestion de la chaîne logistique. Dans ce présent article, nous avons étudié un problème de transport lié à un problème d'affectation et d'empaquetage. Il s'agit d'une étude de cas d'une entreprise marocaine qui opère dans la fabrication et la distribution des produits d'emballage à base de papier et qui a un grand intérêt à utiliser d'une façon optimale ses véhicules pour transporter des palettes chargées vers le port. Le but de cette étude est de développer un modèle analytique qui permet de choisir les moyens de transport adéquats pour transporter un nombre maximal de palettes tout en minimisant les coûts d'acheminement des marchandises. Une application numérique est présentée pour montrer l'utilité du modèle développé.*

Keywords— Optimisation ; problème de transport ; chargement de palette ; problème de découpe ; bin packing ; programmation linéaire en nombre entier (PLNE).

I. INTRODUCTION

Le problème de transport est un problème d'optimisation. Récemment, la croissance de la mondialisation a poussé les entreprises et les organisations à s'intéresser et à investiguer de plus en plus les problèmes de transport.

En général, le problème de transport s'intéresse à la distribution ou à l'acheminement optimal des quantités des biens produites au niveaux d'une ou plusieurs sources vers une ou plusieurs destinations, sachant que l'objectif est de minimiser le coût total de transport tout en satisfaisant les contraintes des sources et des destination (en générale la capacité et la demande).

Le problème d'acheminement optimal des messages au niveau des réseaux de télécommunication, le problème de l'affectation des itinéraires optimaux pour les avions et les navires, sont des applications importantes des problèmes de transport. L'application du modèle de transport peut être étendue à d'autres problèmes de la recherche opérationnelle, y compris le contrôle des stocks, la planification des tâches, et l'affectation du ressouces humaines [1].

Ainsi, le problème de transport peut apparaitre selon plusieurs variantes dont nous citons : les problèmes de transport des solides, les problèmes de transport à charge fixe, les problèmes de transport flous, etc.

La première approche de modélisation du problème de transport, étaitt présentée par [2] et plus tard par [3]. Après 4 ans, [4] a proposé la méthode du simplexe et son application à la résolution des modèles de transport. Depuis, les problèmes de transport ont été étudiés par plusieurs chercheurs.

Le problème de transport peut être résolu en utilisant les méthodes régulières du simplex dans la mesure où sa structure offre une procédure qui convient pour la résolution de ce type de problème. Néanmoins, la revue de littérature montre qu'il existe assez de méthodes et procédures de résolution, combinées ou non-combinées, qui diffèrent selon le type de la variante du problème de transport et la taille des instances objets d'optimisation.

Dans un problème classique de transport, si la capacité de chaque lien source-destination est introduite, le problème devient un Problème de Minimisation du Coût de Transport avec Capacité (PMCTC) [5]. Le PMCTC est une généralisation du problème classique de transport et dont un travail extensif a été fourni. Plusieurs travaux de résolution du PMCTC ont été abordés selon la revue de littérature. La référence [6] ont développé un algorithme branch & bound pour trouver une solution optimale globale du problème non-convexe de minimisation du flux d'un réseau logistique intégrant à la fois la production et le transport. La référence [7] ont étudié la pertinence de la méthode branch & reduce, la méthode de branch & cut et la combinaison des stratégies de recherche globales et locales ayant pour objectif de trouver la solution optimale exacte du problème de transport non-linéaire. La référence [8] ont développé un algorithme génétique hybride pour trouver une solution optimale d'un problème de transport non-linéaire à charge fixe dont l'objectif est d'expédier les quantités disponibles de produits à fin de satisfaire la demande avec un coût total minimal, à la condition que toute voie considirée possède un coût fixe non relatif à sa quantité d'expédition et un coût variable

Xème Conférence Internationale : Conception et Production Intégrées, CPI 2015, 2-4 Décembre 2015, Tanger - Maroc.

Xth International Conference on Integrated Design and Production, CPI 2015, December 2-4, 2015, Tangier - Morocco.

directement proportionnel à la quadratique de cette dernière. La référence [9] ont développé un algorithme pour trouver un optimal global d'un problème de transport dont la fonction coût est concave quadratique ou racine carrée.

D'autres part, minimiser le gaspillage constitue un facteur clé dans l'amélioration de la productivité d'un système de production. C'est pourquoi une autre classe importante des problèmes d'optimisation vient compléter la classe des problèmes de transport, à savoir la classe des problèmes de découpe et de conditionnement (Cutting & Packing Problems).

En effet, cette classe de problèmes forme une famille de problèmes à part entière [10]. La grande variété d'applications rapportées dans la littérature a conduit [11] à développer un système de classification pour les problèmes de découpe et de conditionnement. La redondance de certains problèmes et le manque de reconnaissance internationale, ont poussé [12] à améliorer cette typologie.

Les problèmes de découpe trouvent de nombreuses applications dans l'industrie, surtout qu'ils présentent un intérêt économique certain. L'optimal pour un problème de découpe peut être défini comme la procédure de découper une feuille principale (mère) en petits morceaux tout en minimisant le gaspillage total de la matière première, ou la maximisation du profit global obtenu en découpant la feuille principale en petits morceaux [13]. Ainsi, les problème de découpe ont été décrits essentiellement de deux façons : une approche unidimensionnelle (1D) et une approche bidimensionnelle (2D) [13].

La première formulation connue du problème de découpe a été présentée en 1939 par l'économiste russe [14]. Ensuite, il y a eu une première avancée au niveau de la résolution des problèmes de découpe qu'était l'œuvre séminale de ([15], [16]) dans laquelle ils décrivent leur technique de génération de motif pour résoudre le problème unidimensionnel de minimisation des pertes de découpe en utilisant la programmation linéaire. Depuis, de nombreux chercheurs ont travaillé sur le problème de découpe et ont développé des algorithmes et des procédures hybrides pour résoudre ce type de problème ([17], [18],[19], [13]).

Quant aux problèmes de conditionnement, ils sont principalement liés aux problèmes d'empaquetage des produits (bin packing unidimensionnel ou multidimensionnel) et les problèmes de sac à dos (knapsack unidimensionnel ou multidimensionnel), dont l'objectif est de sélectionner un ensemble de composants à fin de maximiser un critère de qualité (profit), sous une ou plusieurs contraintes de capacités des ressources. Ce type de problèmes a été étudié par de nombreux chercheurs, et plusieurs méthodes de résolution ont été proposées selon les variantes de chaque problème [20] [21] [22] [23] [24, 25] [26] [27] [28] [29] [30] [31] [32, 33]. Ce même type de problèmes est aussi d'une grande importance théorique dans la mesure où il intervient comme sous-problème au niveaux de plusieurs problèmes en nombres entiers.

Le problème de découpe et le problème de bin packing unidimensionnel sont en effet très similaire, et la raison pour laquelle l'utilisation de différentes classifications de ces deux problèmes peut être justifiée par l'utilisation de différentes méthodes de résolution [34]. En effet, le problème de chargement des palettes peut être considéré comme un cas particulier du problème de découpe bidimensionnel dans lequel tous les petits rectangles sont de dimensions identiques.

Le problème de chargement de palettes bidimensionnel consiste à placer un ensemble de composants rectangulaires faiblement différents dans un nombre minimal de palettes rectangulaires identiques (ou pas). Le problème est similaire au problème de bin packing 2D excepté que les composants sont identiques. Cette différence génère des modélisations différentes, qui font de ce problème un problème à part entière [36, 37].

L'idée est de partitionner une palette rectangulaire de longueur L et de largeur W en des zones rectangulaires plus petites de longueur l et de largeur w de manière à déterminer une configuration de chargement qui tend à minimiser la surface de la zone non-utilisée de la planche terrasse de la palette. Le problème est contraint par les limites maximales de la hauteur et du poid de charge [35].

Le présent papier se compose de 6 sections. La deuxième section sera consacrée à la présentation de la problématique de notre étude, ainsi que la démarche méthodologique poursuivie. La troisième section énumère l'ensemble des notations utilisées pour désigner les paramètres et les variables au niveau des modèles d'optimisation abordés dans la quatrième et la cinquième section. Un exemple numérique est en suite présenté à travers la sixième section. La dernière section projette un bref résumé sur le papier.

II. PROBLEMATIQUE

Choisir les ressources optimales constitue un défi majeur pour les décideurs relevant du domaine industriel. Cela revient à considérer le problème d'affectation des ressources lors des décisions stratégiques. Parmi ces décisions stratégiques, on trouve le problème de transport qui induit certains problèmes classiques comme l'affectation de la flotte de transport, le problème d'empaquetage ou de chargement des palettes - discutés précédemment- et le problème classique d'acheminement des produits avec optimisation du temps total de trajet.

Dans ce sens, notre étude s'est basée sur l'étude de cas d'une entreprise marocaine opérant dans le domaine de la fabrication et la distribution des produits d'emballage à base de papier.

L'entreprise objet d'étude exprime un grand intérêt à utiliser le plus efficacement possible les véhicules dont elle dispose pour transporter les palettes chargées vers le port, l'objectif étant de minimiser les coûts d'acheminement des marchandises.

Notre travail consiste donc à développer un modèle d'optimisation, qui pourra aider les décideurs de l'entreprise objet d'étude à choisir les moyens de transport adéquats pour transporter un nombre maximal de palettes d'une part, et d'autre part, réduire le nombre des voyages des camions.

Le problème fait référence au problème de transport classique avec capacité, dont l'objectif est de minimiser le coût total du transport, tout en respectant les contraintes de capacités des camions et satisfaisant la totalité de la demande de destination et, d'autre part, respecter le temps alloué pour chaque type de palette. La deuxième contrainte induit le nombre optimal des voyages à effectuer par chaque camion.

Pour montrer l'intérêt du modèle retenu, nous avons proposé deux modèles dont le premier permet de trouver le nombre optimal que doit effectuer chaque camion transportant les mêmes types de palettes, et un deuxième modèle (le modèle retenu) qui permet quant à lui de trouver le nombre optimal que dois effectuer chaque camion transportant l'une des arrangements possibles des différents types de palettes à transporter.

La procédure de génération à la main des différents arrangements possibles des types de palettes à transporter, est souvent laborieuse, consomme beaucoup de temps et se base surtout sur l'expérience d'un expert pour déterminer les configurations de chargement qui donnent une bonne utilisation de la surface du camion. Ainsi, en utilisant un ordinateur pour générer automatiquement les arrangements possibles des différents types de palettes à transporter, possède une valeur pratique considérable pour les décideurs.

Ce sous-problème fait référence au problème classique de découpe bidimensionnel. Pour le résoudre nous avons utilisé l'algorithme Branch and Bound modifié de [13] qui génère l'ensemble des motifs de découpe possibles des différentes composants de longueurs et largeurs différentes à partir d'un rectangle de longueur et largeur fixes (matière première). Par analogie, nous l'avions utilisé pour générer l'ensemble des arrangements possibles des différents types de palettes (de longueurs et largeurs différentes) pour chaque camion de longueur et largeur fixe.

Une fois les motifs (ou les arrangements) sont établis, ils sont introduits au niveau du modèle retenu (Modèle d'optimisation II) afin de trouver le nombre optimal de voyage que doit effectuer chaque camion transportant un nombre optimal de chaque type de palettes.

Le modèle d'optimisation retenu fait partie des problèmes de programmation linéaire en nombre entiers (PLNE) dont la mesure où des variables entières ont été utilisées pour trouver le nombre optimal de voyages que doit effectuer chaque camion, ainsi que pour trouver également le nombre optimal de chaque type de palettes à transporter selon une configuration des motifs retenus.

I. NOTATIONS

n : Nombre de camion

p : Nombre de type de produit

m : Nombre de disposition (Patterns) des produits dans les camions

C_i : Coût de transport du camion i

$Cap_{i,j}$: Nombre de produit j que peut transporter le camion i

$N_{i,j,k}$: Nombre de produit j que peut transporter le camion i suivant la décomposition k

Dem_j : Demande hebdomadaire du produit i

Tch_i : Temps de chargement du produit i

$Tdch_i$: Temps de déchargement du produit i

Ttr_i : Temps de transport par le camion i

$Tdisp$: Horizon de planification

$x_{i,j}$: Nombre de voyage effectué par le camion i en transportant les produits de type j (Variable de décision du premier modèle)

$y_{i,k}$: Nombre de voyage effectué par le camion i en transportant les produits suivant la décomposition k (Variable de décision du deuxième modèle)

II. MODELE D'OPTIMISATION I

A. *Mise en situation*

Dans cette première étude nous allons nous focaliser sur la modélisation du problème de transport de l'entreprise étudiée. Le but est de développer un modèle qui permet de trouver le nombre optimal de voyage que doit faire chaque camion transportant les mêmes types de produit afin de minimiser le coût total de transport.

Pour développer ce modèle, nous avons pris en considération les hypothèses ci-dessous :

- Le temps de chargement, déchargement et transport sont connus, constant et ne dépendent pas du type de produit transporté ;
- Les coûts de transport ainsi que les demandes sont connus et constant ;
- Les moyens de transport sont considérés disponibles à tout moment ;
- Chaque camion ne peut transporter qu'un seul type de produit (Ce qui se fait actuellement par l'entreprise traitée dans l'exemple numérique).

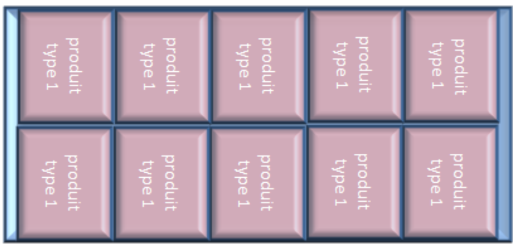

Fig. 1. Chargement du camion par un seul type de produit

B. *Modèle d'optimisation*

Le premier modèle d'optimisation est défini comme suit :

Fonction objective :

$$Min\ F(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p} C_i \times x_{i,j} \quad (1)$$

Contraintes :

$$\sum_{i=1}^{n} Cap_{i,j} \times x_{i,j} \geq Dem_j, \quad \forall\, j = 1, \dots, p \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{p} (Tch_i + Tdch_i + Ttr_i) \times x_{i,j} \geq Tdisp, \quad \forall\, i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{i,j} \in IN, \quad \forall\, i = 1, \dots, n, \forall\, j = 1, \dots, p \quad (4)$$

La contrainte définie par l'équation (2) a pour but de satisfaire la demande du produit j en prenant en considération le nombre de voyage de tous les camions ainsi que le nombre de produit j transporté. Dans la contrainte (3) le temps de chargement, déchargement et transport de n'importe quel camion i ne doit pas dépasser le temps accordé par le fournisseur. Finalement la dernière contrainte montre que les variables de décision $x_{i,j}$ sont des nombres entiers.

III. MODELE D'OPTIMISATION II

A. *Mise en situation*

Dans cette deuxième étude, nous traiterons à la fois le problème de transport et le problème de découpe. Le but est de développer un modèle qui permet de trouver le nombre optimal de voyage que doit faire chaque camion transportant différents types de produit afin de minimiser le coût total de transport.

Dans ce deuxième modèle, nous avons adoucit les hypothèses en considérant le chargement de plusieurs types de produits dans un seul camion. C'est pourquoi il va falloir déterminer toutes les différentes dispositions possibles des produits dans les camions (patterns) $N_{i,j,k}$. Pour ce faire, nous allons nous baser sur une partie de l'algorithme de [13].

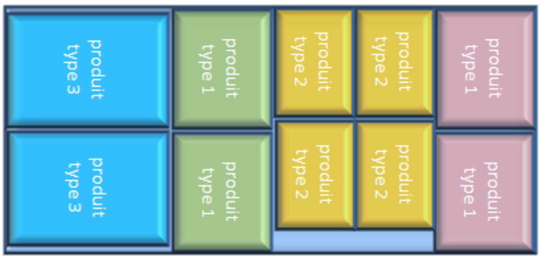

Fig. 2. Chargement du camion par plusieurs types de produit

Le développement du modèle de cette deuxième étude passe par deux étapes. Dans un premier temps nous allons déterminer les différentes dispositions des produits dans les camions $N_{i,j,k}$. Dans un second temps, nous déterminerons le nombre optimal de voyage que doit faire chaque camion transportant différents types de produits ($y_{i,k}$), tout en prenant en considération les différents patterns prédéfinis.

B. *Modèle d'optimisation*

Fonction objective :

$$Min\ F(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} C_i \times y_{i,k} \quad (5)$$

Contraintes :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} N_{i,j,k} \times y_{i,k} \geq Dem_j, \quad \forall\, j = 1, \dots, p \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{m} (Tch_i + Tdch_i + Ttr_i) \times y_{i,k} \geq Tdisp, \quad \forall\, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$y_{i,k} \in IN, \quad \forall\, i = 1, \dots, n, \forall\, k = 1, \dots, m \quad (8)$$

La première contrainte permet de satisfaire la demande du produit j sachant que les camions peuvent transporter différents types de produit. La contrainte (7) nous oblige à ne pas dépasser le temps accordé par le fournisseur pour charger, décharger et transporter les différents produits. Comme dans le premier modèle, la dernière contrainte montre que les variables de décision $x_{i,k}$ sont des nombres entiers.

IV. APPLICATION NUMERIQUE

C. *Données numériques*

Cette partie sera consacrée à la présentation de la première étude à travers un exemple numérique. Cet exemple sera traité afin d'appliquer les modèles développés sur le cas d'une entreprise marocaine spécialisée dans la production et la distribution des cartons. Les cartons sont distribués par trois différents camions à l'aide de trois palettes de différentes dimensions. Les données qui nous ont été confiées sont représentées ci-dessous. L'objectif de cette entreprise est de minimiser le coût de transport des palettes.

TABLE I. DONNEES LIEES AUX PALETTES

Types palettes	Dimensions (cm^2)	Demandes
Type 1	1000*1200	940
Type 2	800*1100	616
Type 3	1140*1830	226

TABLE II. DONNEES LIEES AUX CAMIONS

Types camion	Dimensions (cm^2)	Coûts (Dh)
camion 1	2500*5450	150
camion 2	2500*12000	300
camion 3	2500*12000	500

TABLE III. DONNEES LIEES AUX TEMPS (EN MIN)

Palettes	Chargement	Déchargement	Transport
Type 1	10	10	50
Type 2	20	20	70
Type 3	20	20	65

Les 1782 demandes présentées dans le tableau 1 correspondent à celles d'une semaine. Les chauffeurs travaillent 5 jours et demi par semaine et 10 heures par jours. Cela signifie que l'horizon de temps $Tdisp = 55heures$.

En nous basant sur une partie de l'algorithme de [13], nous présentons ci-dessous une liste non exhaustive des patterns en fonction des camions.

TABLE IV. DIFFERENT PATTERNS DU CAMION 1

Palettes	1	2	3	4	5	6	7
Type 1	10	0	0	3	0	2	4
Type 2	0	12	0	4	4	11	4
Type 3	0	0	5	2	4	0	2

TABLE V. DIFFERENT PATTERNS DU CAMION 2 ET 3

Palettes	1	2	3	4	5	6	7
Type 1	20	0	0	12	4	10	0
Type 2	0	26	0	15	5	5	12
Type 3	0	0	13	0	8	4	8

A. *Résultats du premier modèle*

Nous représentons dans le tableau 6 le nombre optimal de voyage à faire par chaque camion pour satisfaire les demandes de chaque type de palette. Ces résultats sont obtenus en appliquant le premier modèle développé.

TABLE VI. NOMBRE DE VOYAGE EN FONCTION DES CAMIONS

Palettes	Camion1	Camion2	Camion3	Total
Type 1	40	16	11	940
Type 2	8	0	20	616
Type 3	3	17	0	236
Total	51	33	31	

D'après les résultats ci-dessus, le transport de ces 1782 palettes coûte à l'entreprise 33 050 dirhams.

B. *Résultats du deuxième modèle*

Rappelons que l'objectif du deuxième modèle est également de déterminer le nombre de voyage de chaque camion qui minimise le coût total de transport. Le tableau ci-dessous représente les résultats obtenus.

TABLE VII. NOMBRE DE VOYAGE EN FONCTION DES CAMIONS

patterns	1	2	3	4	5	6	7	Total
Camion1	42	0	0	0	0	0	8	50
Camion2	0	0	15	15	1	0	2	33
Camion3	2	0	0	22	0	0	0	24
Type1	460	0	0	444	4	0	32	940
Type2	0	0	0	555	5	0	56	616
Type3	0	0	195	0	8	0	32	235

Comme l'illustre les résultats du tableau 7, le transport de ces 1782 palettes coûte à l'entreprise 29 400 dirhams.

V. SYNTHESE

Pour montrer l'efficacité du deuxième modèle, nous allons faire une étude comparative entre les deux modèles développés. Rappelons que la différence entre le premier et le deuxième modèle est le fait de prendre en considération le chargement des camions par différentes palettes dans le second modèle.

Nous commençons par la comparaison entre le nombre de voyage effectué par chaque camion obtenu par les deux modèles.

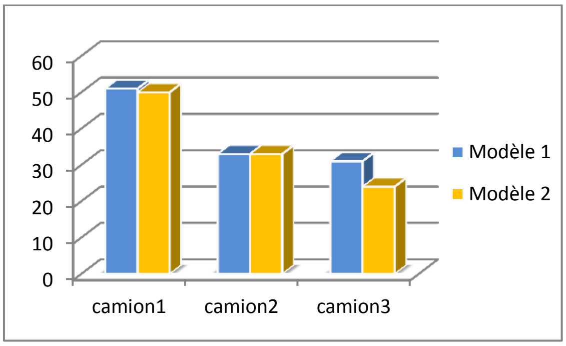

Fig. 3. Comparaison du nombre de voyage

Nous pouvons constater d'après la figure 3, que le nombre de voyage des camions obtenu par le premier modèle est souvent supérieur ou égale à celui obtenu par le deuxième modèle.

Le coût de transport des palettes obtenu par le premier modèle s'élève à 33 050 dirhams, par contre le coût obtenu par le second est 29 400 dirhams, soit une réduction d'environ 11%.

Supposons que cette entreprise de fabrication et de distribution des cartons reçoit une demande moyenne de 1800 palettes par semaine. L'application du deuxième modèle peut lui permettre d'économiser en moyenne 175 200 dirhams par an, ce qui n'est quand même pas négligeable.

VI. CONCLUSION

Les problèmes de transport apparaissent dans de nombreux secteurs industriels, confrontés à des problèmes de découpe. La résolution de ces problèmes a toujours fait objet d'une attention accrue. Dans cet article, nous avons modélisé le problème de transport d'une entreprise marocaine spécialisée dans le domaine de fabrication et distribution des cartons, pour en déduire le coût annuel. Par suite, nous avons développé un modèle d'optimisation où nous avons pris en considération le chargement des camions par différentes palettes. En faisant une étude comparative entre les deux modèles, nous avons déduit que l'utilisation de notre modèle se traduit par une réduction non négligeable des coûts de transport.

La principale contribution de ce papier est le développement d'un modèle d'optimisation du problème de transport combiné au problème de bin-packing. Premièrement, nous nous somme basés sur l'algorithme de Rodrigo (modifié) [13] pour définir les différentes dispositions des palettes dans les camions. Par suite, nous avons utilisé le deuxième modèle proposé pour déterminer le nombre optimal de voyage de chaque camion.

Les résultats obtenus dans ce travail peuvent également aboutir à des perspectives intéressantes. Nous envisageons tenir en compte l'influence du poids de marchandise sur le coût de transport et prendre en considération la fiabilité et la disponibilité des camions, d'où l'intérêt d'élaborer un plan optimal de maintenance.

RÉFÉRENCES

[1] H.A. Taha, "Operation Research: An Introduction", 8th ed., Prentice-Hall of India, 2006.

[2] Hitchcock, F. L. (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities. J. Math. phys, 20(2), 224-230.

[3] Koopmans, T. C. (1949). Optimum utilization of the transportation system. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 136-146.

[4] Dantzig, G. B. (1951). Application of the simplex method to a transportation problem. Activity analysis of production and allocation, 13, 359-373.

[5] Sharma, A., Verma, V., Kaur, P., & Dahiya, K. (2015). "An iterative algorithm for two level hierarchical time minimization transportation problem". European Journal of Operational Research.

[6] Nagai, H., & Kuno, T. (2005). A simplicial branch-and-bound algorithm for production-transportation problems with inseparable concave production cost. Journal of the Operations Research Society of Japan-Keiei Kagaku, 48(2), 97-110.

[7] Klanšek, U., & Pšunder, M. (2010). Solving the nonlinear transportation problem by global optimization. Transport, 25(3), 314-324.

[8] Xie, F., & Jia, R. (2012). Nonlinear fixed charge transportation problem by minimum cost flow-based genetic algorithm. Computers & Industrial Engineering, 63(4), 763-778.

[9] Mizutani, T., & Yamashita, M. (2013). Correlative sparsity structures and semidefinite relaxations for concave cost transportation problems with change of variables. Journal of Global Optimization, 56(3), 1073-1100.

[10] Jacquenot, G. (2010): "Méthode générique pour l'optimisation d'agencement géométrique et fonctionnel". (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Nantes (ECN)(ECN)(ECN)(ECN)).

[11] Harald Dyckhoff: A typology of cutting and packing problems. European Journal of Operational Research, 44(2): 145–159, janvier 1990

[12] Gerhard Wäscher, Heike Haußner et Holger Schumann: "An improved typology of cutting and packing problems". European Journal of Operational Research, 183: 1109–1130, December 2007.

[13] Rodrigo, W. N. P., Daundasekera, W. B., & Perera, A. A. I. (2012): "Pattern Generation for Two-Dimensional Cutting Stock Problem with Location". Indian Journal of Computer Science and Engineering (IJCSE), 3(2), 354-368.

[14] Kantorovich, L. V. (1960). Mathematical methods of organizing and planning production. Management Science, 6(4), 366-422.

[15] Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. Operations research, 9(6), 849-859.

[16] Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. (1963). A linear programming approach to the cutting stock problem-Part II. Operations research, 11(6), 863-888.

[17] Christofides, N., & Whitlock, C. (1977). An algorithm for two-dimensional cutting problems. Operations Research, 25(1), 30-44.

[18] Beasley, J. E. (1985). Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. Journal of the Operational Research Society, 297-306.

[19] Chen, C., & Huat, C. K. (2011). Optimum Shipyard Steel Plate Cutting Plan Based On Genetic Algorithm.

[20] Hans Kellerer, Ulrodrigorich Pferschy et David Pisinger: "Knapsack Problems". Springer, Berlin, Germany, 2004.

[21] Gehring, H., Menschner, K., & Meyer, M. (1990): "A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers". European Journal of Operational Research, 44(2), 277-288.

[22] SCHEITHAUER, Guntram: "Algorithms for the container loading problem. In: Operations Research Proceedings". 1991. p. 445-52.

[23] Egeblad, J., & Pisinger, D. (2009): "Heuristic approaches for the two-and three-dimensional knapsack packing problem". Computers & Operations Research, 36(4), 1026-1049.

[24] Lodi, A., Martello, S., & Vigo, D. (1999): "Heuristic and metaheuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems". INFORMS Journal on Computing, 11(4), 345-357

[25] Lodi, A., Martello, S., & Vigo, D. (2002): "Recent advances on two-dimensional bin packing problems". Discrete Applied Mathematics, 123(1), 379-396.

[26] Polyakovsky, S., & M'Hallah, R. (2009). "An agent-based approach to the two-dimensional guillotine bin packing problem". European Journal of Operational Research, 192(3), 767-781.

[27] Chung, F. R., Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1982): "On packing two-dimensional bins". SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods, 3(1), 66-76.

[28] Berkey, J. O., & Wang, P. Y. (1987): "Two-dimensional finite bin-packing algorithms". Journal of the operational research society, 423-429.

[29] Frenk, J. B. G., & Galambos, G. (1987): "Hybrid next-fit algorithm for the two-dimensional rectangle bin-packing problem". Computing, 39(3), 201-217.

[30] Bengt-Erik Bengtsson: "Packing rectangular pieces – a heuristic approach. The Computer Journal". 25: 353–357, 1982.

[31] El-Bouri, A., Popplewell, N., Balakrishnan, S., & Alfa, A. S. (1994): "A search-based heuristic for the two-dimensional bin-packing problem". INFOR, 32(4), 265.

[32] Paul C. Gilmore et Ralph E. Gomory: "A linear programming approach to the cutting stock problem". Operations Research, 9: 849–859, 1961.

[33] Paul C. Gilmore et Ralph E. Gomory: "A linear programming approach to the cutting stock problem – part II". Operations Research, 11: 863–888, 1963.

[34] Steudel, H. J. (1979): "Generating pallet loading patterns: a special case of the two-dimensional cutting stock problem". Management Science, 25(10), 997-1004.

[35] Juman, Z. A. M. S., & Hoque, M. A. (2015). "An efficient heuristic to obtain a better initial feasible solution to the transportation problem". Applied Soft Computing.

[36] Lauro Lins, Sostenes Lins et Reinaldo Morábito: "An l-approach for packing (l, w)-rectangles into rectangular and l-shaped pieces". Journal of the Operational Research Society, 54: 777–789, 2003.

[37] Ernesto G. Birgin, Reinaldo Morábito et Fabio H. Nishihara: "A note on an L-approach for solving the manufacturer's pallet loading problem". Journal of the Operational Research Society, 56: 1448–1451, 2005.