

# Synthèse des tolérances avec influence des défauts de forme

Mouhssine Chahbouni  
Laboratoire de Productique, Energétique  
et Développement Durable (LPEDD)  
Ecole Supérieure de Technologie ESTF  
Fès, Maroc  
mouhssine.chahbouni@usmba.ac.ma

Hafsa Atik  
Laboratoire de Productique, Energétique  
et Développement Durable (LPEDD)  
Ecole Supérieure de Technologie ESTF  
Fès, Maroc  
hafsa.atik@usmba.ac.ma

Driss Amegouz  
Laboratoire de Productique, Energétique  
et Développement Durable (LPEDD)  
Ecole Supérieure de Technologie ESTF  
Fès, Maroc  
amegouz@yahoo.fr

Said Boutahari  
Laboratoire de Productique, Energétique  
et Développement Durable (LPEDD)  
Ecole Supérieure de Technologie ESTF  
Fès, Maroc  
boutahari@yahoo.fr

**Résumé** — Le tolérancement est une étape importante dans le processus de conception d'un mécanisme. On trouve deux approches de tolérancement : L'analyse des tolérances et la synthèse des tolérances. La première consiste à vérifier la condition fonctionnelle du mécanisme à partir des tolérances spécifiques des pièces élémentaires, alors que la deuxième permet de déterminer et optimiser les tolérances spécifiques des pièces élémentaires à partir de la tolérance fonctionnelle du mécanisme.

L'objectif de cet article est la synthèse des tolérances géométriques avec la prise en compte des défauts de forme. Pour cela nous allons étudier un exemple d'assemblage simple. La première étape consiste à faire une synthèse des tolérances des pièces constituant l'assemblage en utilisant les deux méthodes : la méthode des domaines et la méthode de Monte Carlo avec l'hypothèse que les défauts de forme sont négligés. La deuxième étape de cette étude permet de faire la synthèse des tolérances avec influence des défauts de forme.

Enfin nous avons comparé les deux études avec et sans prise en compte des défauts de forme à travers le calcul d'un taux de non-conformité des mécanismes.

**Mots clefs** — tolérancement, synthèse des tolérances, méthode des domaines, méthode de Monte Carlo, taux de non-conformité.

## I. INTRODUCTION

La synthèse des tolérances est un processus qui permet à partir des tolérances fonctionnelles du mécanisme d'estimer et d'optimiser les tolérances spécifiques des composants constituant le mécanisme. L'objectif est d'optimiser le coût de

fabrication du produit tout en garantissant la condition fonctionnelle.

Nous étudions dans cet article un exemple d'assemblage de deux pièces prismatiques. Dans un premier temps nous présentons une synthèse des tolérances en accouplant les deux méthodes: la méthode des domaines et la méthode de Monte-Carlo, avec négligence des défauts de forme.

Dans un second temps nous présentons une synthèse des tolérances avec influence des défauts de forme. Pour la modélisation des défauts de forme nous faisons appel à la méthode de décomposition modale discrète.

Enfin nous comparons les résultats avec et sans prise en compte des défauts de forme.

## II. METHODE DES DOMAINES

La méthode des domaines permet l'analyse et la synthèse des tolérances géométriques des systèmes mécaniques. Les tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces étant fixées, la méthode permet de définir les relations entre tolérances fonctionnelles et tolérances spécifiques à chaque surface de liaison ou fonctionnelle. Cette méthode a été développée et appliquée à des mécanismes avec liaisons en série et en parallèle dans [1] [2].

Cette approche se basant sur les torseurs des petits déplacements permet de spécifier les domaines jeux et les domaines écarts [3] [4].

### A. Domaines écarts

Une surface quelconque présente 6 composantes d'écarts: 3 translations et 3 rotations. Ces écarts étant de faibles amplitudes par rapport aux positions relatives des surfaces, il est possible de les caractériser par un torseur de petits déplacements où  $\vec{\delta\theta}$  est le vecteur rotation et  $\vec{\delta(M)}$  est le vecteur translation [5].

$$\begin{Bmatrix} \vec{\delta\theta} \\ \vec{\delta(M)} \end{Bmatrix}_M = \begin{pmatrix} r_x & t_x \\ r_y & t_y \\ r_z & t_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

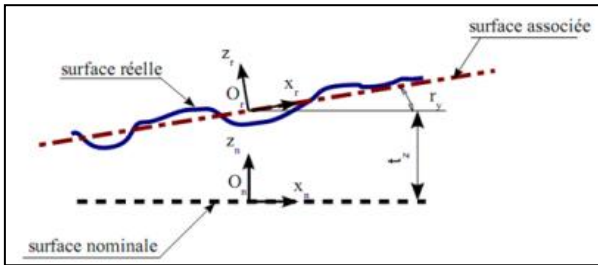


Fig. 1. Ecart d'une surface plane

### B. Domaines jeux

Soit une liaison entre deux pièces. Cette liaison est réalisée par l'intermédiaire de deux surfaces en contact. Le torseur jeu d'une liaison exprime les degrés de liberté possibles entre les deux pièces grâce au jeu de la liaison. La forme du torseur jeu dépend de la nature des surfaces en contact.

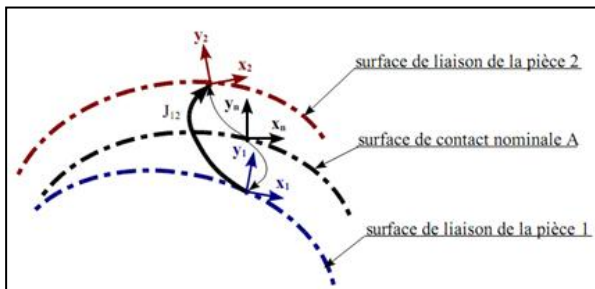


Fig. 2. Jeu entre deux pièces

Le torseur jeu de cette liaison est noté  $J_{1A2}$  :

$$J_{1A2} = \begin{Bmatrix} r_x & t_x \\ r_y & t_y \\ r_z & t_z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

### III. METHODE DE DECOMPOSITION MODALE DISCRETE(MDD)

La MDD est basée sur la théorie de vibration des structures mécaniques discrétisées. Chaque mode propre de vibration définit une géométrie particulière. Ces modes sont utilisés comme paramètres définissant les défauts de forme d'une

surface [6]. Les modes propres de vibration sont calculés à partir de l'équation 3 :

$$M \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K \cdot u = 0 \quad (3)$$

Où K et M sont les matrices de rigidité et de masse et u est le vecteur déplacement.

La solution de l'équation 3 fournit un système linéaire dont les solutions sont les modes propres de vibration  $Q_i$  correspondant à la pulsation  $\omega_i$ .

$$\left( M^{-1} \cdot K - \frac{1}{\omega_i} \cdot I \right) \cdot Q_i = 0 \quad (4)$$

Avec I : est la matrice identité

La résolution de cette équation permet de trouver les modes propres  $Q_i$  ( $i=1$  jusqu'à  $n$ ). Les trois premiers modes sont les modes de vibration du corps rigides alors que les modes  $Q_i$  (avec  $i > 3$ ) sont les modes de déformation de la surface.

Chaque vecteur propre est normalisé selon la norme infinie de sorte que  $\|Q_i\|_\infty = 1$ .

Pour générer des surfaces avec des défauts de forme, il faut discrétiser la surface en éléments finis et calculer dans un premier temps les modes propres de cette surface, puis générer les coefficients modaux. Chaque surface est calculée avec l'équation suivante :

$$S = Q \cdot m \quad (5)$$

Où Q est la matrice des modes propres de la surface et m est le vecteur des coefficients modaux.

### IV. TOLERANCEMENT D'UN ASSEMBLAGE

L'assemblage étudié est l'empilage de deux pièces prismatiques. La condition fonctionnelle à vérifier est le parallélisme d'une surface de la pièce 2 par rapport à une surface de référence appartenant à la pièce 1. Le dessin d'ensemble et les dessins de définition des pièces élémentaires sont illustrés dans la figure 3.

#### Hypothèses

- Les pièces sont indéformables (rigides)
- L'assemblage des deux pièces est obtenu sans jeux
- L'étude des pièces ne concerne que les surfaces fonctionnelles

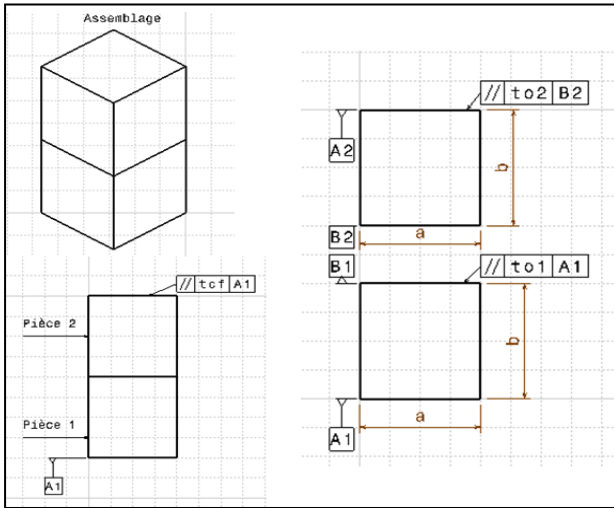


Fig. 3. Dessin d'ensemble et dessins de définitions

#### A. Tolérancement sans prise en compte des défauts de forme

##### a) Etude des domaines écarts

- Etude de la pièce (1)

La surface (A1) de la pièce (1) est une surface de référence de la tolérance de parallélisme de la surface (B1), donc le domaine écart de cette surface est nul :  $E_{1A}=0$

La surface (B1) est une surface plane tolérancée en parallélisme donc le torseur écart de cette surface est de la forme suivante :

$$E_{1B} = \begin{Bmatrix} r_x & 0 \\ r_y & 0 \\ 0 & t_z \end{Bmatrix}_{(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (6)$$

Pour respecter la tolérance de parallélisme affecté à la surface plane (B1), il faut que le déplacement des points O1, O2, O3, O4 selon l'axe Z doit être compris entre (- to1/2 et to1/2). [7]

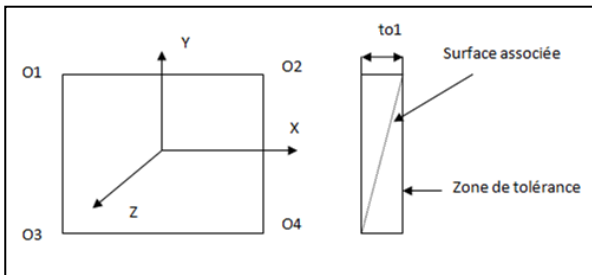


Fig. 4. Présentation de la zone de tolérance de parallélisme

On peut représenter cette condition sous la forme suivante :

$$\begin{cases} -\frac{t_{01}}{2} \leq \overrightarrow{\delta O1} \cdot \vec{z} \leq \frac{t_{01}}{2} \\ -\frac{t_{01}}{2} \leq \overrightarrow{\delta O2} \cdot \vec{z} \leq \frac{t_{01}}{2} \\ -\frac{t_{01}}{2} \leq \overrightarrow{\delta O3} \cdot \vec{z} \leq \frac{t_{01}}{2} \\ -\frac{t_{01}}{2} \leq \overrightarrow{\delta O4} \cdot \vec{z} \leq \frac{t_{01}}{2} \end{cases} \quad (7)$$

Le domaine écart  $E_{1B}$  au centre de la surface plane (B1) est donné avec les inéquations suivantes :

$$E_{1B} = \left\{ \begin{array}{l} -t_{01} \leq ar_y + ar_x \leq t_{01} \\ -t_{01} \leq ar_y - ar_x \leq t_{01} \end{array} \right\}_{(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (8)$$

La représentation graphique du domaine écart  $E_{1B}$  dans le plan (rx, ry) est de la forme suivante :

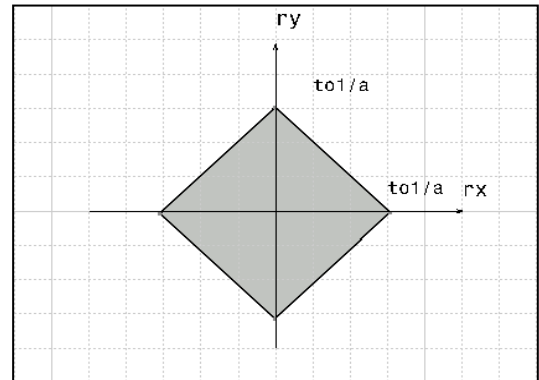


Fig. 5. Représentation du domaine écart E1B

- Etude de la pièce (2)

La surface (B2) de la pièce (2) est une surface de référence de la tolérance de parallélisme de la surface (A2), donc le domaine écart de cette surface est nul :  $E_{2B}=0$

La surface (A2) est une surface plane tolérancée en parallélisme par rapport la surface B2, donc le torseur écart de cette surface est de la forme suivante :

$$E_{2A} = \begin{Bmatrix} r_x & 0 \\ r_y & 0 \\ 0 & t_z \end{Bmatrix}_{(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (9)$$

Pour respecter la tolérance de parallélisme affecté à la surface plane (A2), il faut que le déplacement des points O1, O2, O3, O4 de la surface (A2) selon l'axe  $\vec{z}$  compris entre (- to1/2 et to1/2).

De la même manière que le domaine écart  $E_{1B}$ , le domaine écart  $E_{2A}$  est donné par les inéquations suivantes :

$$E_{2A} = \left\{ \begin{array}{l} -t_{02} \leq ar_y + ar_x \leq t_{02} \\ -t_{02} \leq ar_y - ar_x \leq t_{02} \end{array} \right\}_{(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (10)$$

La représentation graphique du domaine écart  $E_{2A}$  dans le plan (rx, ry) est de la forme suivante :

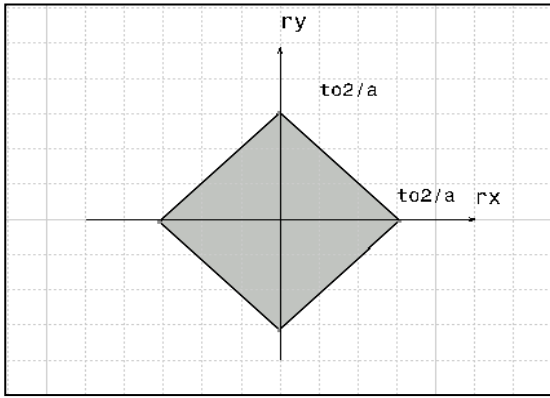


Fig. 6. Représentation du domaine écart  $E_{2A}$

- Domaine écart de la condition fonctionnelle

La condition fonctionnelle de l'assemblage est le respect de parallélisme de la surface terminale A2 de la pièce (2) par rapport une surface de référence A1 de la pièce (1).

De la même manière que les domaines écarts  $E_{1B}$  et  $E_{2A}$ , on obtient un domaine écart de la condition fonctionnelle  $E_{CF}$  qui est donnée par les inéquations suivantes :

$$E_{CF} = \left\{ \begin{array}{l} -t_{cf} \leq ar_y + ar_x \leq t_{cf} \\ -t_{cf} \leq ar_y - ar_x \leq t_{cf} \end{array} \right\}_{(0, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad (11)$$

La représentation graphique de ce domaine dans le plan (rx, ry) est de la forme suivante :

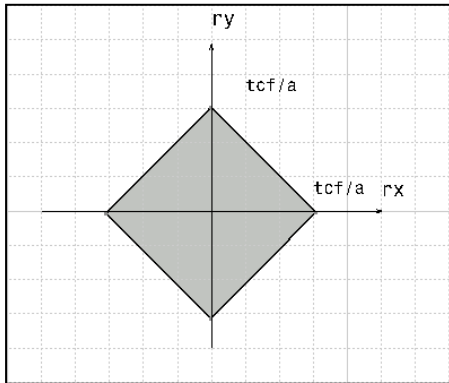


Fig. 7. Représentation du domaine écart de la condition fonctionnelle  $E_{CF}$

b) Vérification de la condition fonctionnelle

Dans ce cas nous avons un assemblage des pièces (1) et (2) sans jeux, donc pour respecter la condition fonctionnelle, il faut que la somme de Minkowski des domaines écarts  $E_{1B}$  et  $E_{2A}$  soit à l'intérieur du domaine écart de la condition fonctionnelle  $E_{CF}$ .

$$E_{1B} + E_{2A} \subset E_{CF} \quad (12)$$

En pire des cas nous avons :

$$t_{CF} = t_{o1} + t_{o2} \quad (13)$$

B. Tolérancement avec prise en compte des défauts de forme

Plusieurs travaux ont étudiés l'influence des défauts de forme dans les assemblages, surtout dans le cas des surfaces planes [8]. Dans notre cas, nous avons étudié un assemblage de deux pièces prismatique de surfaces fonctionnelles planes. [9], [10], [11], [12], [13].

a) Calcul des modes propres d'une surface plane

Les deux surfaces en contact dans notre assemblage se sont des surfaces planes de dimensions (20x20) mm. Le calcul des modes propres de cette surface est effectué à l'aide du logiciel RDM6. La figure suivante illustre quelques modes propres de d'une surface plane.

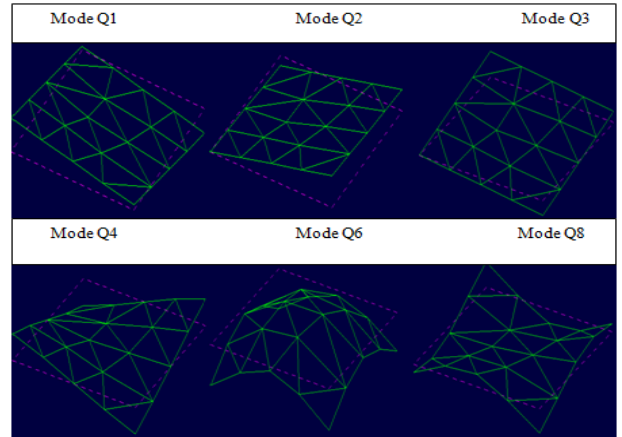


Fig. 8. Quelques modes propres de la surface plane

Les trois premiers modes se sont des modes de déplacement du corps rigide, alors que les autres modes se sont des modes de déformation de la surface. Dans notre cas nous prenons les dix premiers modes pour modéliser une surface avec défauts de forme.

b) Générations des surfaces avec défauts de forme

Chaque surface est modélisée avec un ensemble des nœuds qui subissent à des déplacements selon l'axe z, les déplacements de tous les nœuds de tous les modes propres sont normalisés de telle façon que les déplacements sont entre -1 et 1.

Puis nous avons généré pour chaque mode propres 100 valeurs aléatoire selon la loi normale entre 0 et 1.

Dans notre cas chaque surface est composée de 22 nœuds. Le calcul est effectué à l'aide de l'équation suivante en utilisant l'Excel 2007:

$$\begin{bmatrix} S1.1 \\ S1.2 \\ \vdots \\ S1.22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q1.1 & \dots & Q10.1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q1.22 & \dots & Q10.22 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m1.1 \\ m1.2 \\ \vdots \\ m1.10 \end{bmatrix} \quad (14)$$

- S1.1 : déplacement du nœud 1 de la surface 1
- Q1.1 : valeur du mode 1 pour le nœud 1 de la surface i

- $m_{1.1}$  : coefficient aléatoire pour le mode 1 de la surface 1

Nous avons générés 100 surfaces aléatoires avec défauts de forme en se basant sur les modes propres de vibration de la surface plane.

### c) Tolérancement d'un assemblage

Pour tolérancer un assemblage de deux surfaces plane on admet les hypothèses suivantes :

Toutes les défauts sont reportés sur l'une des deux surfaces et l'autre est considérée parfaite (c'est la notion de la surface somme). [14]

La mise en position d'une surface plane sur une autre surface plane est effectué avec une facette constituée de trois points appartient à la surface convexe. [9]

Dans notre cas la condition fonctionnelle s'agit de parallélisme d'une surface par rapport une autre donc on est intéressé par l'orientation  $(r_x, r_y)$

Après avoir calculé la surface de mise en position (facette de contact entre les deux surface), nous calculons les rotations selon les deux axes  $x$  et  $y$   $(r_x, r_y)$ .

### d) Simulation de monte Carlo des assemblages

A l'aide de l'Excel 2007, nous avons généré 50 assemblages aléatoires en utilisant les surfaces aléatoires déjà générées, puis nous avons calculé les paramètres de la facette de mise en position de chaque assemblage  $(r_x, r_y)$

Puis nous avons vérifié la condition fonctionnelle à l'aide de la méthode des domaines illustré dans la partie A

Chaque assemblage est représenté par un couple de points  $(r_{xi}, r_{yi})$ , le schéma suivant illustre le tolérancement de 50 assemblages.

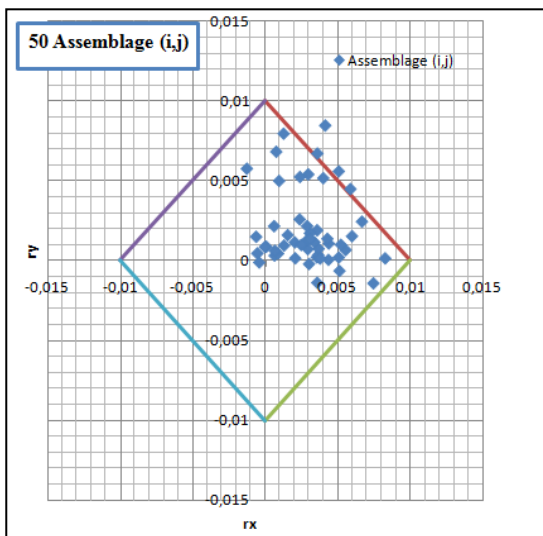


Fig. 9. Simulation des assemblages

Avec ce tolérancement nous avons un taux de non-conformité de l'ordre de 8%, de point de vue production ce taux n'est pas optimal.

### e) Optimisation des tolérances

Nous observons qu'il y a trois assemblages qui sont proche de la limite de zone de tolérance, avec une simple modification de la valeur des tolérances (au lieu de 0,01 on fait 0,011), on obtient un taux de non-conformité de l'ordre de 2%. La figure suivante illustre ce tolérancement.

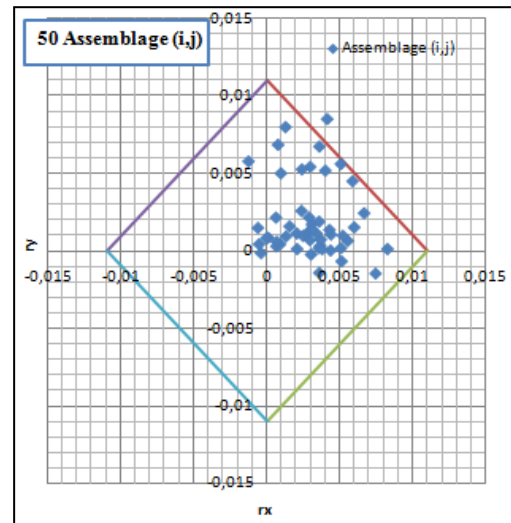


Fig. 10. Simulation des assemblages avec optimisation des tolérances

### Remarque

S'il est possible d'élargir la tolérance fonctionnelle de 0,001 on admet cette solution, sinon, on doit diminuer les tolérances  $t_{o1}$  et  $t_{o2}$  afin d'avoir un taux de non-conformité acceptable.

## V. CONCLUSION

Dans cet article nous avons étudié à travers un exemple d'empilage de deux pièces prismatiques la synthèse des tolérances géométriques avec et sans prise en compte des défauts de forme.

La première partie présente la synthèse des tolérances sans prise en compte des défauts de forme, en utilisant la méthode des domaines jeux et écarts avec l'approche pire des cas.

La deuxième partie présente la synthèse des tolérances avec prise en compte des défauts de forme pour modéliser ces défauts de forme nous avons utilisé la méthode de décomposition modale discrète. Puis nous avons réalisé une simulation de Monte-Carlo pour la synthèse et l'optimisation des tolérances.

Enfin nous avons calculé un taux de non-conformité qui illustre la différence entre le tolérancement avec et sans prise en compte des défauts de forme.

En perspectives de ce travail nous souhaitons utiliser un programme informatique développé afin de pouvoir réaliser des simulations de grandes tailles afin d'obtenir des résultats précis.

## REFERENCES

- [1] Petit J-P. Spécification géométriques des produits: méthode d'analyse de tolérances. Application en conception assistée par ordinateur, Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Université de Savoie, 2004
- [2] M. Chahbouni , S. Boutahari et D. Amegouz, Analyse des tolérances géométriques par la méthode des domaines, 11<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique, Agadir 2013.
- [3] P.BOURDET , A.CLEMENT , controlling a complex surface with a 3 axis measuring machine , annals of the CIRP , Vol 25 , Manufacturing technology P 359 , Janvier 1976.
- [4] P.BOURDET , L. MATHIEU ,C. LARTIGUE , A. BALLU , The concept of the small displacement torsor in metrology , proceeding of international euro conference advanced mathematical tools in metrology ,oxford 27-30 septembre 1995
- [5] E.PAIREL , Proposition of a new semantic for standardized tolerancing \_ principle of its verification on coordinate measuring machines 7<sup>ème</sup> congrès international de metrologie , PP 76-81 , 1995.
- [6] Samper, S. and Formosa, F. Form defects tolerancing by natural modes analysis. J. Comput. Inf. Sci. Eng., 2007, 7(1), 44-51.
- [7] Huang, Q.-X., Wicke, M., Adams, B. and Guibas, L. Shape decomposition using modal analysis, 28(2), Eurographics 2009, 30 March-3 April, Munich, Germany, 2009.
- [8] Stephane MORIERE , contribution à l'étude des assemblages avec prise en compte des défauts de forme : modélisation et expérimentation , thèse de doctorat de l'université de la méditerranée 2010.
- [9] J. Grandjean, Y. Ledoux et S. Samper, Influence des défauts de forme dans les assemblages de surfaces planes, 20<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Besançon 2011.
- [10] Gupta ,S.ans Tourner , J.U , variational solid modling for tolerance analyses , IEEE comput, graphic application 1993 , 13(3) , 64-74.
- [11] Huang, W. and Ceglarek, D. Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts. CIRP Ann., 2002, 51, 21-26.
- [12] ISO 10110-5 Optics and optical instruments - Preparation of drawings for optical elements and systems Part 5: Surface form tolerances, International Organization for Standardization, 1996.
- [13] Henke, R.P., Summerhays, K.D., Baldwin, J.M., Cassou, R.M. and Brown, C.W. Methods for evaluation of systematic geometric deviations in machined parts and their relationships to process variables, Precis. Eng., 1999, 23, 273-292.
- [14] Frédéric GERMAIN , tolérancement statistique tridimensionnel , integration en CFAO , thèse de doctorat octobre 2007 , université de savoie.